

## **Matematikatanár**

A szakképzettség oklevélben szereplő,

- magyar nyelvű megjelölése: *okleveles matematikatanár*;
- angol nyelvű megjelölése: *teacher of mathematics*.

A képzés célja az alapfokozaton vagy más felsőfokú végzettség keretében szerzett szakképzettségre, illetőleg ismeretekre alapozva a közoktatásban, a szakképzésben és a felnőttképzésben az oktatási, pedagógiai kutatási, tervezési és fejlesztési feladatokra, továbbá a tanulmányok doktori képzésben történő folytatására való felkészítés.

A 8.3. pontban foglalt szakterületi általános ismereteken túli, sajátos ismeretkörök:

Szakterületi ismeretek:

Algebra és számelmélet:

- Fejezetek az elemi számelméletből: Kvadratikus reciprocitás tétele. Legendre- és Jacobi-szimbólum, magasabb fokú kongruenciák, primitív gyök, diszkrét logaritmus (index). Lánctörtek, diofantikus approximáció. Nevezetes diofantikus egyenletek (pl.: Pell-egyenlet). Algebrai számtestek. Prímszámok eloszlása, prímtesztek. Kombinatorikus számelmélet. A fogalomalkotás folyamata.
- Fejezetek az algebrából: Testbővítések, felbontási test. Kapcsolat a középiskolai algebrával: bonyolultabb nevezők gyöktelenítése. Legfeljebb negyedfokúra visszavezethető egyenletek. Testbővítés Galois-csoportja, magasabb fokú egyenletek megoldhatósága gyökjelekkel. Geometriai szerkeszthetőség, nevezetes és hétköznapi szerkeszthetőségi kérdések megoldása, komputeralgebrai utalásokkal. Hálók, hálóazonosságok, Boole-algebrák. Kapcsolat a tanári munkával: halmazokkal való számolás, a legnagyobb közös osztóra és legkisebb közös többszörösre vonatkozó disztributív azonosság.

Analízis:

- A komplex függvénytan elemei alkalmazásokkal: Reguláris függvények. Hatványsorok, elemi függvények kiterjesztése komplex változóra. Alkalmazás másodrendű közönséges differenciálegyenletek megoldására. Komplex változós függvény differenciálhatósága. Komplex vonalintegrál. Cauchy-féle integráltétel és integrálformula. Az algebra alaptétele. Szingularitások. Reziduumszámítás. A fogalomalkotás folyamata.
- Valós függvénytan elemei alkalmazásokkal: Lebesgue-mérték. Mérhető függvények. Lebesgue-integrál és kapcsolata a Riemann-integrállal. Alkalmazások a valószínűség-számításban: véletlen változó eloszlásfüggvénye és sűrűségfüggvénye. Fourier-sor. Alkalmazások a parciális differenciálegyenletek elméletében: a hővezetés differenciálegyenlete. Fourier módszere a változók szétválasztására. A fogalomalkotás folyamata.
- Differenciálegyenletek: Közönséges differenciálegyenletek és rendszerek megoldásának létezése, előállítása. Lineáris és nemlineáris rendszerek kvalitatív tulajdonságai. A parciális differenciálegyenletek alaptípusai. A Fourier-módszer.

Geometria:

- A geometria alapjai: Az axiomatikus módszer, a relatív ellentmondás-mentesség. Modellek. Az abszolút geometria axiomatikus felépítése. A párhuzamossági axiómával egyenértékű állítások. Az elliptikus, euklideszi és hiperbolikus geometria modelljei. Hiperbolikus trigonometria. Transzformációcsoportok, az Erlangeni program. A fogalomalkotás folyamata.
- Diszkrét és konvex geometria: Pontrendszerek, mozaikok, elhelyezések és fedések. Rácsok. Konvex halmazok. Extremális pontok. Konvex poliéderek. Polaritás, duális poliéderek. Szimmetrizációk. Az izodiametrális egyenlőtlenség. Az izoperimetrikus probléma. A fogalomalkotás folyamata.

- Topológia és differenciálgeometria: Metrikus és topologikus terek, folytonos leképezések, homeomorfizmusok. Összefüggőség, kompaktság. Görbék és felületek topológiai vizsgálata: gráfok, Jordan-tétel, Euler-karakterisztika, irányíthatóság, osztályozás. A felületek differenciálgeometriája: alapformák, főgörbületek, főirányok, Minkowski- és Gauss-görbületek, geodetikusok. A Gauss–Bonnet-tétel. Nevezetes felületek. A fogalomalkotás folyamata.
- Projektív geometria: Az affin geometria elemei. Az euklideszi sík és tér projektív bővítései. Perspektivitások és projektivitások. Kettősviszony, Papposz tétele. Centrális kollineációk és alkalmazásai. A projektív geometria analitikus modellje. A másodrendű görbék projektív elmélete. Pólus-poláris kapcsolat. Pascal, Brianchon és Steiner tételei. Másodrendű felületek. Fogalomalkotási folyamata.

#### Sztochasztika:

- Elemi valószínűség-számítás: A diszkrét modell. Geometriai valószínűség. Valószínűségi változók, eloszlások. Feltételes valószínűség. A nagy számok törvénye. Bolyongási problémák. A matematikai statisztika alapfogalmai. Matematikai játékok, rejtvények.
- Valószínűség-számítás alkalmazásai: Sztochasztikus modellek és statisztikai vizsgálatok. Véletlen bolyongás (arkusz szinusz törvény, nagy eltérések, iterált logaritmus tétel, tönkremenési problémák). Pontfolyamatok (Poisson-folyamat). Elágazó folyamatok (Galton–Watson-folyamat, folytonos idejű Markov-féle elágazó folyamat). Sorbanállási modellek (stacionárius születési-kihalási, sorbanállási rendszerek). A fogalomalkotás folyamata.
- További fejezetek a valószínűség-számításból és a matematikai statisztikából: Nevezetes abszolút folytonos eloszlások, rendezett minták. Véletlen bolyongás. Generátor függvény. Minta, nevezetes statisztikák. Becslések és tulajdonságaik. A hipotézisvizsgálat elemei. Nevezetes statisztikai eljárások. Iskolai kísérletek tervezése és kiértékelése.
- Információelmélet és sztochasztikus folyamatok: Markov-láncok. Felújítási folyamatok. Poisson-folyamat. Elágazó folyamatok. Entrópia, divergencia. Redundancia és nyelvészet. Egyértelműen dekódolható kódok. Hibajavítás.

#### Diszkrét matematika:

- Kriptográfia alapjai: Alapvető kriptográfiai fogalmak. Szimmetrikus, aszimmetrikus kriptorendszerek. Etlólasos, lineáris rendszer, DES, RSA. Alapvető kriptográfiai protokollok. Digitális aláírás. PGP bemutatása.
- Kombinatorikai érdekességek, matematikai játékok: Dominók, hamis pénz feladatok, minimax tételek intervallumrendszerekre. Ramsey-tételek véges és végtelen esetben. Kombinatorika és geometria. Pozíciós játékok, Grundy-számok, amőba.
- Kombinatorika és alkalmazásai: Síkbeli konvex alakzatok, Helly tétele és alkalmazásai. Kombinatorikus geometriai problémák. Elemi topológiai feladatok. A skatulyaelv. A logikai szitaformula. Az invariáns módszer alkalmazásai. Partíciós problémák. Sakktáblával kapcsolatos feladatok. Különböző típusú, színezéssel kapcsolatos feladatok.
- Gráfelmélet és algoritmusok: Gráfelméleti alapfogalmak. Egyszerű gráfok. Fák, erdők. Többszörös élű gráfok. Euler-vonal, Hamilton-kör. Síkban rajzolható gráfok. Páros gráfok, házassági probléma. Turán-típusú tételek. Ramsey tétele. Irányított gráfok. Fokszámsorozatok realizációja. Szélességi és mélységi keresés, legrövidebb út. Párosítás páros gráfokban, folyamatok, Menger tételei. Gráfszínezések. Extremális gráfok.

#### Elemi matematika és módszertan:

- Demonstráció és kísérletezés a matematikaórán: A matematikai fogalmak, fogalmi rendszerek kialakítását megalapozó tapasztalatszerzés, konkrét tevékenységek. A tanulói tevékenységhez, szemléltetéshez szükséges hagyományos és modern eszközök (pálcika-modellektől a számítógépes animációkig) alkalmazhatóságának bemutatása pozitív és negatív példákon.
- Az „egyetemi matematika” az iskolai matematikában: Számfogalom, műveletfogalom, relációk és függvények, a matematikai logika alapismeretei, a geometria megalapozása, geometriai transzformációk, mérés, mérték, valószínűség-számítás, statisztika. A válogatott témakörök feladatanyaga alapján annak a vizsgálata, hogyan és mit lehet egy-egy témakörből

továbbadni a gyerekeknek az egyes iskolatípusokban úgy, hogy abban korrekt matematikai tartalom jelenjen meg az életkornak megfelelő formában.

– Indoklások és bizonyításuk az iskolai matematikaoktatásban: Az indoklási, bizonyítási tevékenység, mint a matematikai gondolkodás egyik alapvető összetevője. A bizonyítási igény felkeltésének módszerei. Tételek megsejtését elősegítő eljárások. Szemléletes okoskodások, indoklások, bizonyítási stratégiák.

– Válogatott fejezetek az elemi matematikából: A 10-től 18 évesek számára rendezett országos versenyek feladatainak megoldása. Ismerkedés más országok tanulmányi versenyének feladataival. Régi könyvek feladatai, történeti érdekességek.

A szakmai modul ismeretanyaga legalább 65%-ban szakterületi szakmai ismeretet tartalmaz.

Szaktudományi ismeretek:

– A matematika tanítása: a matematikadidaktika mint interdiszciplináris tudomány; a matematikadidaktika főbb elméleti kérdései. A fogalmak, tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései. Néhány fontosabb témakör tanításának főbb kérdései, módszerei, eszközei. Számelmélet, algebra, függvények. Geometriai alapfogalmak, geometriai transzformációk. Vektorok, trigonometria. Kombinatorika, valószínűség-számítás, gráfok. Statisztika.

– A matematika oktatásának a tanulók életkori sajátosságainak megfelelő módszereinek ismerete, különös tekintettel a matematikai fogalmak kialakulásának korosztályonkénti különböző szintjeire:

– A számfogalom fejlesztése. Számérzet komponensei. Műveleti modellek az egész számok körében. Számkörbővítés, permanenciaelv.

– Feladattípusok, nyitott feladatok, problémamezők, problémavariációk. Problémamegoldási stratégiák, heurisztikus elvek. Bizonyítási stratégiák, algoritmikus gondolkodás.

– A matematikai modellalkotás az oktatásban. Alkalmazásorientált matematikaoktatás.

– Matematikai fogalmak tanításának alapkérdései. Definíciók fajtái. Követelmények definíciókkal szemben. Feladattípusok a fogalmak tanításával kapcsolatban.

– A geometriai gondolkodás fejlődésének szintjei.

– A magyarországi matematikatanítás főbb sajátosságainak, a múlt századbeli tantervi változások tartalmi lényegének megismerése. Matematikai-didaktikai elméletek, matematika-didaktikai kutatások eredményei.

– A zsebszámológép, személyi számítógépek matematikatanításban való felhasználása.

Sajátos kompetenciák:

A matematikatanár rendelkezék:

– a matematikatanítással kapcsolatos saját kutatásaihoz, illetve a tudományos munkához szükséges, széles körben alkalmazható problémamegoldó technikák ismeretével;

– fejlett fogalmi gondolkodással és absztrakciós képességgel, ami képessé teszi őt a matematikadidaktikai tudományban az aktuális kutatások és tudományos munkák kritikus értékelésére;

– eredeti (matematikai) látás- és gondolkodásmóddal, amely a megszerzett tudás alkalmazásában és gyakorlati hasznosíthatóságában, valamint a speciális matematikai problémamegoldó technikák felhasználhatóságában is jelentkezik;

– a tanulók speciális matematikai képességei korai felismerésének képességével, amelynek kihasználásával a tehetséges tanulókat ösztönzi a megoldandó problémák megértése és megoldása területén eredeti ötletek felvetésére;

– a matematika iránti megfelelő attitűd kialakítani tudásának képességével;

– matematika versenyek szervezésének képességével,

– a matematika tanulásához gyenge képességekkel rendelkező tanulókkal való foglalkozás módszertani eszköztárával.